



مدت زمان آزمون: --

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: -

تاریخ برگزاری:

مرکز مشاوره قلم چی

۱

دشوار

تشریحی ۱۳۹۸

نقاط M و N به ترتیب وسط اضلاع AB و AC از مثلث ABC هستند. این مثلث را با بردار $\overrightarrow{MN}$ انتقال می‌دهیم تا بر مثلث $A'B'C'$ تصویر شود. مساحت چهارضلعی $AA'C'B$ چند برابر مساحت مثلث AMN است؟ (A' ، B' و C' به ترتیب انتقال یافته نقاط A ، B و C هستند.)

بارم: ۱

۲

دشوار

تشریحی ۱۳۹۶

مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$) را نسبت نسبت به یک خط ثابت بازتاب می‌دهیم، طوری که رأس‌های B و C نقاط ثابت این تبدیل باشند. اگر

بارم: ۱

$AB = \sqrt{2}$ و $AC = 4$ ، آن‌گاه فاصله A و A' کدام است؟ (A' بازتاب یافته A است.)

۳

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

دو خط d و d' مفروض‌اند. چند نقطه در صفحه شامل این دو خط وجود دارد که دوران یافته خط d حول آن نقطه بر d' منطبق گردد؟

بارم: ۱

۴

متوسط

تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۹

جاهای خالی را با عبارت‌های مناسب پر کنید.

بارم: ۲

(الف) در دایره‌ای به شعاع ۴، مساحت قطاعی که زاویه مرکزی آن 15° است، برابر است با

(ب) تبدیل ایزومتري تبدیلی است که

(پ) در مثلث ABC اگر $AB = AC = 1$ و $\hat{A} = 30^\circ$ ، آنگاه $BC = \dots\dots\dots$

(ت) در تجانس به مرکز O و نسبت $\frac{1}{p}$ ، اگر M' تصویر M باشد و $OM = 1$ ، آنگاه $MM' = \dots\dots\dots$

۵

متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

یک مثلث متساوی‌الاضلاع را با تجانسی که مرکز آن نقطه هم‌رسی میانه‌ها و به نسبت $K = \frac{1}{p}$ است، تصویر می‌کنیم. اگر مساحت ناحیه بین مثلث و تصویرش برابر $3\sqrt{3}$ باشد، آن‌گاه محیط مثلث اولیه کدام است؟

بارم: ۱

۶

ساده

تشریحی ۱۳۹۸

مجانسی نقطه $A(3, 4)$ با نسبت تجانس $k = 2$ و به مرکز $O(-1, 2)$ کدام است؟

بارم: ۱

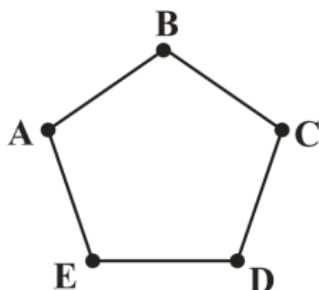
۷

ساده

تشریحی ۱۳۹۸

در شکل زیر، اگر نقاط A و C به ترتیب مجانس نقاط E و D در یک تجانس به مرکز O باشند، آن‌گاه نقطه O کجا قرار دارد؟

بارم: ۱

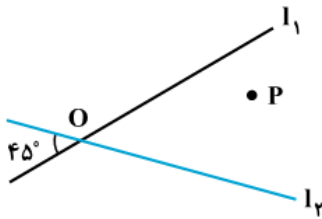


(۸)

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

در شکل زیر، بازتاب نقطه P نسبت به خط l_1 ، نقطه P_1 و بازتاب نقطه P_1 نسبت به خط l_2 ، نقطه P_2 است. هرگاه فاصله O تا P برابر ۴ باشد، طول PP_2 کدام است؟



(۹)

متوسط

تشریحی ۱۳۹۶

در مثلث ABC ، $\hat{A} = \frac{3}{4}\hat{B} = 3\hat{C}$ و $BC = ۱۲$ است. اگر مثلث $A'B'C'$ تبدیل یافته ABC تحت تبدیل طولیای T باشد، مساحت مثلث $A'B'C'$ کدام است؟

(۱۰)

ساده

تشریحی ۱۴۰۰

چند مورد از مطالب زیر درباره تبدیل طول یا همواره درست است؟

بارم: ۱

* تبدیل طولیای، زاویه بین خطوط را حفظ می کند.

* تبدیل طولیای، شیب خطوط را حفظ می کند.

* تبدیل طولیای، جهت اشکال را حفظ می کند.

* تبدیلی طولیای، جهت اشکال را حفظ می کند.

* تبدیلی که اندازه مساحت اشکال را حفظ می کند، تبدیل طولیایست.

(۱۱)

دشوار

تشریحی ۱۳۹۸

خط d و نقطه O به فاصله ۲ واحد از آن مفروض اند. خط d را تحت زاویه های ۶۰° ، ۱۲۰° ، ۱۸۰° و ۲۴۰° و ۳۰۰° در یک جهت حول نقطه O دوران می دهیم. مساحت شکل حاصل از تقاطع خطها کدام است؟

بارم: ۱

(۱۲)

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

دایره $C(O, ۴)$ را با برداری به طول ۱۰ واحد انتقال می دهیم تا دایره C' حاصل شود. طول مماس مشترک داخلی این دو دایره کدام است؟

بارم: ۱

(۱۳)

متوسط

تشریحی ۱۳۹۶

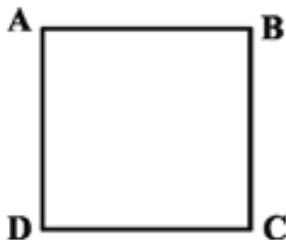
در تجانس به مرکز O و نسبت $k = ۳$ ، اگر پاره خط $A'B'$ مجانس پاره خط AB باشد، مساحت چهارضلعی $ABB'A'$ چند برابر مساحت مثلث AOB است؟

بارم: ۱

۱۴

تشریحی ۱۳۹۶ دشوار

مطابق شکل، مربع $ABCD$ به طول ضلع ۶ مفروض است. این مربع را حول رأس C به اندازه 30° در جهت حرکت عقربه‌های ساعت دوران می‌دهیم. اگر محل برخورد $ABCD$ و شکل دوران یافته آن روی ضلع AB را M بنامیم، در این صورت طول MB کدام است؟



۱۵

تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۸ متوسط

ثابت کنید تجانس شیب خط را حفظ می‌کند. (حالت $k > 0$ بررسی شود)

بارم: ۲

۱۶

تشریحی ۱۳۹۶ متوسط

نقطه A به فاصله ۱ از خط L قرار دارد. تصویر A تحت بازتاب نسبت به خط L را A' می‌نامیم و A را حول A' به اندازه 120° دوران می‌دهیم تا نقطه A'' به دست آید. طول پاره خط AA'' کدام است؟

بارم: ۱

۱۷

تشریحی ۱۳۹۷ متوسط

نقاط A و B در یک طرف خط d و به ترتیب به فاصله ۱ و ۴ واحد از این خط قرار دارند. بازتاب این نقاط نسبت به خط d را A' و B' می‌نامیم. اگر چهارضلعی $AA'B'B$ محیطی باشد، مساحت آن کدام است؟

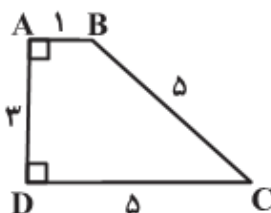
بارم: ۱

۱۸

تشریحی ۱۳۹۶ متوسط

بازتاب دوزنقه $ABCD$ نسبت به کدام ضلع، شکلی با خود دوزنقه می‌سازد که بیش‌ترین محیط را داشته باشد؟

بارم: ۱



۱۹

تشریحی ۱۳۹۸ متوسط

دایره (O, r) را با برداری که طول آن ۳ برابر شعاع دایره است، انتقال می‌دهیم. طول مماس مشترک داخلی دایره C و تصویر آن، چند برابر شعاع است؟

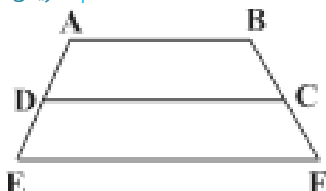
بارم: ۱

(۲۰)

دشوار

تشریحی ۱۳۹۷

بارم: ۱



در شکل مقابل دوزنقه ABCD با تجانس بر دوزنقه CDEF تصویر می‌شود. اگر $AB = ۴$ و $EF = ۹$ باشد، آن‌گاه مرکز و نسبت این تجانس کدام است؟

(۲۱)

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

بارم: ۱

نقطه A روی دایره $(O, ۴)$ قرار دارد. این دایره را با زاویه ۱۲۰° حول مرکز آن دوران می‌دهیم. اگر تصویر نقطه A تحت این دوران نقطه A' باشد، آن‌گاه طول پاره‌خط AA' کدام است؟

(۲۲)

متوسط

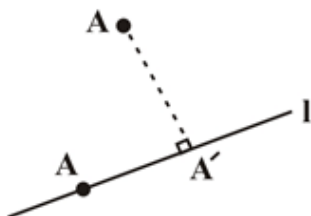
تشریحی ۱۴۰۰

بارم: ۱

مطابق شکل تابع M بین نقاط صفحه و نقاط خط l به صورت زیر تعریف شده است. M دارای چند نقطه ثابت است؟

* اگر نقطه ی A روی خط l باشد آن‌گاه $M(A) = A$

* اگر نقطه A خارج خط d باشد، آن‌گاه $M(A) = A'$ که پای عمود A بر l می‌باشد.



(۲۳)

دشوار

تشریحی ۱۳۹۸

بارم: ۱

اگر دایره $(O', ۳)$ مجانس دایره $(O, ۴)$ در تجانس مستقیم به مرکز M باشد و داشته باشیم $MO = ۲۰$ ، آن‌گاه اندازه وتر مشترک دو دایره C و C' کدام است؟

(۲۴)

متوسط

تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۷

بارم: ۰.۵

آیا در تبدیل انتقال غیرهمانی، می‌توان نقطه ثابت تبدیل داشت؟ چرا؟

(۲۵)

دشوار

تشریحی ۱۳۹۷

بارم: ۱

خط d تحت انتقال با هر یک از دو بردار عمود بر هم به اندازه‌های ۱۵ و ۲۰ روی خط d' تصویر می‌شود. طول کوتاه‌ترین برداری که خط d را به d' تبدیل می‌کند، کدام است؟

(۲۶)

دشوار

تشریحی ۱۳۹۷

بارم: ۱

پاره‌خط AB به طول $۴\sqrt{۲}$ با خط d، زاویه ۴۵° می‌سازد و نقطه A روی خط d واقع است. اگر B' بازتاب نقطه B نسبت به خط d باشد، شعاع کوچک‌ترین دایره محاطی خارجی مثلث ABB' کدام است؟

(۲۷)

متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

بارم: ۱

طول ضلع مربع ABCD برابر ۲ است. M نقطه‌ای دلخواه روی AD و N وسط CD است. بازتاب MN نسبت به خط AB را $M'N'$ و بازتاب $M'N'$ نسبت به خط CD را $M''N''$ می‌نامیم. مساحت چهارضلعی $M'N''M''N$ کدام است؟

(۲۸)

متوسط

تشریحی ۱۴۰۰

بارم: ۱

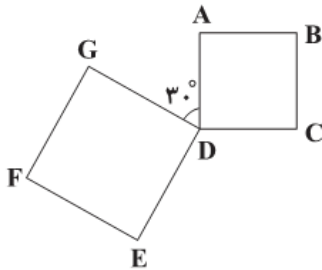
مثلث ABC به اضلاع ۳، ۴ و ۵ مفروض است. اگر این مثلث را تحت تبدیل طولپای T، به مثلث $A'B'C'$ تصویر کنیم، شعاع دایره محاطی داخلی مثلث $A'B'C'$ کدام است؟

(۲۹)

متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

در شکل زیر، $ABCD$ و $DEFG$ مربع هستند. اگر پاره خط AE و CG دوران یافته یکدیگر باشند، آن گاه مرکز این دوران و اندازه زاویه بارم: ۱



(۳۰)

متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$) با اندازه زاویه $\hat{B} = 27^\circ$ مفروض است. هر یک از رأس‌های این مثلث را با تبدیل طولپای T به مکانی جدید در صفحه منتقل می‌کنیم تا متناظراً مثلث $A'B'C'$ حاصل شود. اندازه زاویه $A'C'B'$ کدام است؟ (نقاط A' ، B' و C' به ترتیب، تبدیل یافته نقاط A ، B و C هستند.)

(۳۱)

دشوار

تشریحی ۱۳۹۸

مثلث ABC به طول اضلاع $BC = 12$ و $AC = 20$ را حول رأس C دوران می‌دهیم تا بر مثلث $A'B'C'$ تصویر شود. اگر $AA' = 10$ باشد، آن گاه طول BB' کدام است؟

(۳۲)

متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

نقطه A را روی محیط دایره $C(O, R)$ در نظر می‌گیریم. A' بازتاب نقطه A نسبت به یکی از قطرهای دایره بوده و داریم: $AA' = \sqrt{3}R$. اگر A' دوران یافته A حول مرکز دایره نیز باشد، زاویه دوران چند درجه است؟

(۳۳)

دشوار

تشریحی ۱۳۹۶

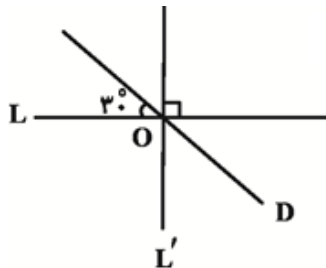
در مثلث ABC ، زاویه A برابر 40° می‌باشد. ضلع BC را با بردار $\vec{CA}$ انتقال می‌دهیم و انتقال یافته آن را $B'C'$ می‌نامیم. سپس $B'C'$ را با بردار $\vec{BA}$ انتقال داده و تصویر آن را $B''C''$ می‌نامیم. اندازه زاویه $BB'B''$ کدام است؟

(۳۴)

متوسط

تشریحی ۱۳۹۶

دو خط L و L' بر هم عمودند و خط D با خط L زاویه 30° درجه می‌سازد. خط D را با برداری به طول $\sqrt{3}$ که بر خط D عمود است، انتقال می‌دهیم. مساحت ناحیه محصور بین خط تصویر و خطوط L و L' کدام است؟

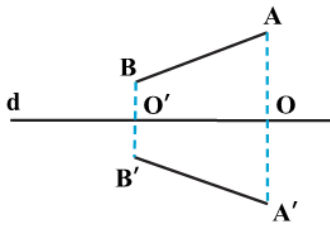


(۳۵)

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

در شکل زیر، پاره‌خط $A'B'$ بازتاب یافته پاره‌خط AB نسبت به خط d است. اگر امتداد پاره‌خط AB با خط d زاویه 60° بسازد و $AB + 2OO' + 3A'B' = 5$ باشد، اندازه AB کدام است؟
بارم: ۱



(۳۶)

متوسط

تشریحی ۱۳۹۶

چه تعداد از مطالب زیر در مورد تبدیل همانی درست است؟

بارم: ۱

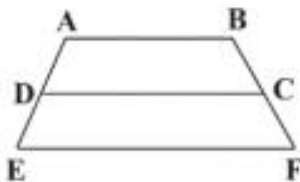
- تبدیل همانی همواره طولیاست.
- تبدیل همانی، بی‌شمار نقطه ثابت تبدیل دارد.
- دوران با زاویه 360° درجه و تجانس با نسبت $k=1$ ، تبدیل همانی هستند.
- بازتاب هیچ‌گاه نمی‌تواند تبدیل همانی باشد.

(۳۷)

متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

در شکل مقابل دوزنقه $ABCD$ با تجانس بر دوزنقه $CDEF$ تصویر می‌شود. اگر $AB = 4$ و $EF = 9$ باشد، آن‌گاه مرکز و نسبت این تجانس کدام است؟
بارم: ۱



(۳۸)

ساده

تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۷

در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید:

بارم: ۱.۵

- (الف) محور بازتابی که A را روی A' تصویر می‌کند، پاره خط AA' است.
- (ب) در هر بازتابی که خط با موازی است، حفظ می‌شود.
- (پ) در هر بازتابی نسبت به خط d ، تبدیل یافته تمام نقاط روی خط d ، قرار دارد. بنابراین تعداد نقاط ثابت تبدیل در هر بازتاب است.
- (ت) در تبدیل تجانس، مساحت تصویر یک شکل نسبت به مساحت آن شکل، مساوی است.

(۳۹)

دشوار

تشریحی ۱۳۹۶

در یک مثلث، دایره محاطی داخلی را با نسبت تجانس k و به مرکز T تجانس می‌دهیم تا بر دایره محیطی مثلث تصویر شود. اگر نقطه ثابت این تبدیل، محل برخورد نیمسازهای داخلی مثلث باشد، اندازه k کدام است؟
بارم: ۱

(۴۰)

دشوار

تشریحی ۱۳۹۷

مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$) با طول اضلاع قائمه $3/6$ و $4/8$ را با بردار انتقال $\vec{V}$ بر مثلث $A'B'C'$ تصویر می‌کنیم. اگر A' بر محل هم‌مرسی میانه‌های مثلث ABC منطبق شود، آن‌گاه طول BB' کدام است؟ (A' ، B' و C' به ترتیب تبدیل یافته نقاط A ، B و C هستند).
بارم: ۱

(۴۱)

تشریحی ۱۳۹۷ متوسط

چندضلعی منتظمی در دایره‌ای به مرکز O محاط شده است. اگر این چندضلعی با دوران‌های 30° و 45° درجه حول نقطه O برخوردش منطبق بشود، آن‌گاه تعداد اضلاع این چندضلعی کدام می‌تواند باشد؟
بارم: ۱

(۴۲)

تشریحی ۱۳۹۷ متوسط

پاره خط AB به طول ۴، خط L را در نقطه‌ای به جز A و B با زاویه 45° درجه قطع نموده است. اگر S ، تبدیل بازتاب نسبت به خط L باشد به‌طوری که $S(A) = A'$ و $S(B) = B'$ ، آن‌گاه اندازه مساحت چهارضلعی $AA'B'B$ کدام است؟
بارم: ۱

(۴۳)

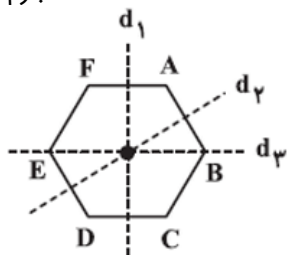
تشریحی ۱۳۹۷ دشوار

نقطه O به فاصله ۶ واحد از خط d مفروض است. هرگاه دوران یافته d حول نقطه O و به زاویه 60° درجه، d را در نقطه M قطع کند، اندازه OM کدام است؟
بارم: ۱

(۴۴)

تشریحی ۱۳۹۸ ساده

بازتاب شش‌ضلعی منتظم $ABCDEF$ را به‌ترتیب نسبت به محورهای d_1 ، d_2 و d_3 به دست می‌آوریم. شکل نهایی کدام است؟
بارم: ۱



(۴۵)

تشریحی ۱۳۹۶ متوسط

لوزی $ABCD$ با مساحت ۲ واحد مفروض است. اگر محل برخورد قطرهای لوزی را O بنامیم و این لوزی را به مرکز O با زاویه 45° درجه در جهت ساعتگرد دوران دهیم تا چهارضلعی $A'B'C'D'$ حاصل شود، اندازه $A'C' \times B'D'$ کدام است؟
بارم: ۱

(۴۶)

تشریحی ۱۳۹۸ ساده

بازتاب رأس A از مربع $ABCD$ را نسبت به قطر BD ، A_1 و بازتاب A_1 نسبت به ضلع AB را A_2 می‌نامیم. زاویه دورانی به مرکز B که A را به A_2 تصویر می‌کند، چند درجه است؟
بارم: ۱

(۴۷)

تشریحی ۱۳۹۶ دشوار

یک دایره به شعاع واحد را تحت بردار $\vec{v}$ به اندازه یک واحد انتقال می‌دهیم. مساحت محصور بین دایره اولیه و انتقال یافته آن، کدام است؟
بارم: ۱

(۴۸)

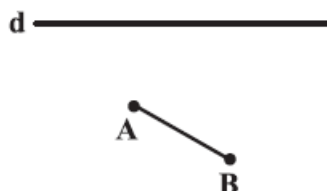
تشریحی ۱۳۹۷ ساده

شش‌ضلعی منتظم $ABCDEF$ را با بردار $\overrightarrow{CD}$ انتقال می‌دهیم. مساحت ناحیه مشترک بین شش‌ضلعی و تصویرش چه کسری از مساحت شش‌ضلعی منتظم است؟
بارم: ۱

(۴۹)

تشریحی ۱۳۹۸ ساده

در شکل زیر فاصله نقطه‌های A و B از خط d به‌ترتیب ۲ و ۵ است. اگر A' و B' به‌ترتیب بازتاب نقاط A و B نسبت به خط d و فاصله وسط پاره خط AA' تا وسط پاره خط BB' برابر $\frac{3}{4}$ باشد، مساحت چهارضلعی $AA'B'B$ کدام است؟
بارم: ۱



(۵۰)

دشوار

تشریحی ۱۳۹۷

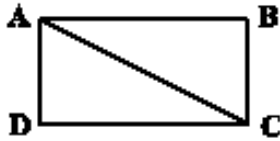
نقطه A درون زاویه‌ای به اندازه ۴۵° درجه قرار دارد. اگر فاصله A تا رأس زاویه برابر یک واحد و A' و A'' تصاویر نقطه A در بازتاب نسبت به اضلاع زاویه باشند، آن‌گاه طول پاره‌خط $A'A''$ کدام است؟
بارم: ۱

(۵۱)

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

در شکل زیر در مستطیل $ABCD$ ، $BC = \sqrt{3}$ و $\hat{BAC} = 30^\circ$ است. اگر این مستطیل را در جهت خلاف حرکت عقربه‌های ساعت حول نقطه A به اندازه 60° دوران دهیم، مساحت ناحیه مشترک بین مستطیل $ABCD$ و تصویر آن تحت این دوران کدام است؟
بارم: ۱



(۵۲)

ساده

تشریحی ۱۳۹۶

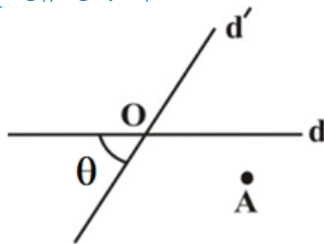
خط L و نقطه A به فاصله m از آن، مفروض‌اند. اگر تبدیل S ، بازتاب نسبت به خط L باشد، فاصله A از $S(S(S(A)))$ کدام است؟
بارم: ۱

(۵۳)

متوسط

تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۹

در شکل زیر تصویر A را در بازتاب نسبت به خط d ، B می‌نامیم و تصویر B را در بازتاب نسبت به خط d' ، C می‌نامیم.
بارم: ۲.۵



نشان دهید C تصویر A در یک دوران است.

(۵۴)

دشوار

تشریحی ۱۳۹۶

مثلث قائم‌الزاویه ABC به طول وتر ۸ مفروض است. این مثلث را با بردار $\vec{AT}$ که در جهت بردار $\vec{AM}$ (M وسط وتر BC) است، انتقال می‌دهیم. اگر مساحت محدود بین مثلث اولیه و مثلث جدید، $\frac{1}{16}$ مساحت مثلث اولیه باشد، اندازه بردار $\vec{AT}$ کدام است؟
بارم: ۱

(۵۵)

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

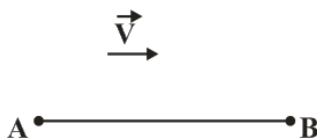
در یک انتقال رأس مثلثی به مرکز ثقل آن منتقل شده است. مساحت ناحیه مشترک بین مثلث و تصویرش، چه کسری از مساحت مثلث اولیه است؟
بارم: ۱

(۵۶)

ساده

تشریحی ۱۳۹۸

در انتقال با بردار $\vec{v}$ (موازی پاره‌خط AB)، نقطه A به A' و نقطه B به B' تصویر می‌شود. اگر طول بردار $\vec{v}$ ، برابر a و $AB = a$ و $b < a$ باشد، اندازه پاره‌خط $A'B$ کدام است؟
بارم: ۱



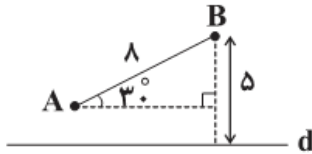
۵۷

ساده

تشریحی ۱۳۹۷

در شکل زیر، بازتاب نقاط A و B نسبت به خط d را A' و B' می‌نامیم. مساحت چهارضلعی $ABB'A'$ کدام است؟

بارم: ۱



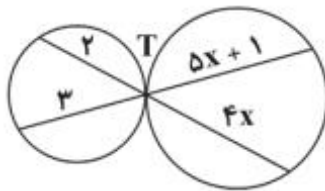
۵۸

ساده

تشریحی ۱۳۹۷

در شکل مقابل، دو دایره در نقطه T بر هم مماس‌اند. مقدار x کدام است؟

بارم: ۱



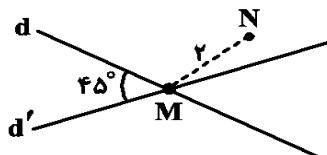
۵۹

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

مطابق شکل $NM = 2$ و زاویه بین دو خط d و d' برابر 45° است. نقطه N را نسبت به خط d' و سپس تصویر حاصل را نسبت به خط d بازتاب می‌دهیم. فاصله نقطه N از تصویر نهایی کدام است؟

بارم: ۱



۶۰

دشوار

تشریحی ۱۳۹۷

دایره $C(O, 3a + 5)$ و خط l به فاصله $10a$ از مرکز آن مفروض است. اگر بازتاب دایره C نسبت به خط l دایره $C'(O', 9a - 1)$ باشد، اندازه مماس مشترک داخلی دو دایره C و C' کدام است؟

بارم: ۱

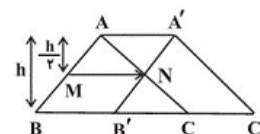
دشوار

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۱

از آنجا که MN پاره‌خط واصل وسط‌های اضلاع مثلث است، طبق قضیه تالس اندازه آن برابر نصف ضلع سوم یعنی $\frac{BC}{۲}$ است. از آنجا که انتقال تبدیل طولی است، پس $AA' = BB' = CC' = MN = \frac{BC}{۲}$ است. حال با توجه به شکل داریم:



$$\frac{S_{\triangle AA'C'B}}{S_{\triangle AMN}} = \frac{\frac{1}{2}h(AA' + BC')}{\frac{1}{2}(\frac{1}{2}h)(MN)} = \frac{h(\frac{BC}{۲} + BC + \frac{BC}{۲})}{\frac{1}{2}h(\frac{BC}{۲})} = ۸$$

پس مساحت چهارضلعی $AA'C'B$ ، هشت برابر مساحت مثلث AMN است.

دشوار

تشریحی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۲

چون B و C نقاط ثابت این بازتاب هستند، پس خط گذرنده از B و C

همان خط بازتاب است و باید تصویر مثلث ABC تحت بازتاب

نسبت به وترش را بیابیم. در نتیجه خواهیم داشت:



$$S_{\triangle ABC} = \frac{AB \times AC}{۲} = \frac{BC \times AH}{۲}$$

$$\Rightarrow ۴\sqrt{۲} = AH\sqrt{۴ + (\sqrt{۲})^۲} \Rightarrow AH = \frac{۴\sqrt{۲}}{\sqrt{۱۸}} = \frac{۴\sqrt{۲}}{۳\sqrt{۲}} = \frac{۴}{۳}$$

$$AH = A'H \Rightarrow AA' = ۲ \times \frac{۴}{۳} = \frac{۸}{۳}$$

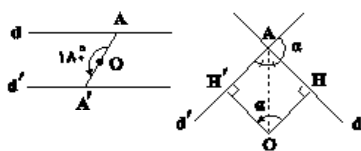
متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۳

اگر دو خط با زاویه α متقاطع باشند، هر نقطه روی نیمساز زاویه بین دو خط، مرکز دورانی با زاویه α است که در آن d' تصویر خط d است. اگر دو خط d و d' موازی باشند، آن‌گاه d' در بی‌شمار دوران به زاویه ۱۸۰° تصویر خط d است و مرکز این دوران‌ها روی خطی موازی و به فاصله مساوی از خطوط d و d' قرار دارند.



سوال ۴

گزینه درست: null

تشریحی قلمچی ۱۳۹۹

متوسط

الف) $\frac{2\pi}{3}$

(ب) طول پاره خط ها را حفظ می کند.

(پ) $\sqrt{2} - \sqrt{3}$ (ت) $\frac{3}{2}$

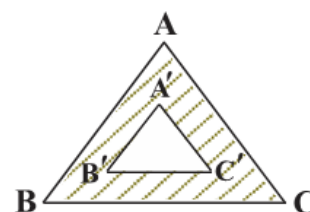
سوال ۵

گزینه درست: null

تشریحی ۱۳۹۷

متوسط

اگر مساحت مثلث ABC را S فرض کنیم، مساحت مثلث $A'B'C'$ برابر $\frac{S}{4}$ است. پس مساحت ناحیه بین دو مثلث $S - \frac{S}{4} = \frac{3S}{4}$ است، بنابراین:



$$\frac{3S}{4} = 3\sqrt{3} \Rightarrow S = 4\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3} \Rightarrow a = 4$$

پس طول ضلع مثلث اولیه برابر ۴ و اندازه محیط آن برابر $3 \times 4 = 12$ است.

سوال ۶

گزینه درست: null

تشریحی ۱۳۹۸

ساده

فرض کنید نقطه B مجانس نقطه A به مرکز O و نسبت $k = 2$ باشد. از آنجایی که نسبت تجانس برابر ۲ است بنابراین $OA = AB$ ، یعنی نقطه A بین O و B است.



$$\begin{cases} x_A = \frac{x_B + x_O}{2} \Rightarrow 3 = \frac{\alpha + (-1)}{2} \Rightarrow \alpha = 7 \\ y_A = \frac{y_B + y_O}{2} \Rightarrow 4 = \frac{\beta + 2}{2} \Rightarrow \beta = 6 \end{cases}$$

سوال ۷

گزینه درست: null

تشریحی ۱۳۹۸

ساده

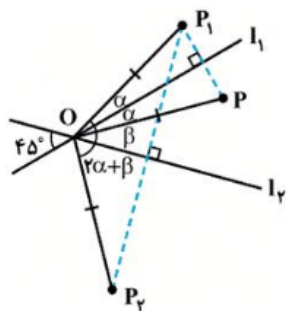
نقطه A مجانس نقطه E است، پس مرکز تجانس روی خط گذرنده از نقاط A و E قرار دارد. از طرفی نقطه C مجانس نقطه D است، پس مرکز تجانس روی خط گذرنده از نقاط C و D قرار دارد. در نتیجه مرکز تجانس محل برخورد امتداد اضلاع AE و CD خواهد بود.

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۸



مطابق آنچه در شکل می بینیم می توان نوشت:

$$\alpha + \beta = 45^\circ \Rightarrow P_r \hat{O} P = 2(\alpha + \beta) = 90^\circ$$

پس مثلث OP_rP یک مثلث متساوی الساقین قائم الزویه است.

$$PP_r^2 = OP^2 + OP_r^2 = r^2 + r^2 \Rightarrow PP_r^2 = 2r^2 \Rightarrow PP_r = r\sqrt{2}$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۶

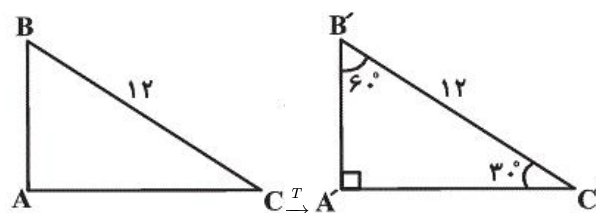
گزینه درست: null

سوال ۹

تبدیل طولیا (ایزومتري)، تبدیلی است که طول پاره خط را حفظ می کند. لذا در هر تبدیل طولیا، تبدیل یافته هر زاویه، زاویه ای هم اندازه با آن است.

بنابراین زوایای مثلث $A'B'C'$ نظیر به نظیر با زوایای مثلث ABC برابرند، در نتیجه:

$$\hat{A}' = \frac{r}{r} \hat{B}' = \hat{C}' \Rightarrow \hat{A}' = 90^\circ, \hat{B}' = 60^\circ, \hat{C}' = 30^\circ$$



پس $A'B'C'$ یک مثلث قائم الزویه است و داریم:

$$\sin 30^\circ = \frac{A'B'}{B'C'} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{A'B'}{12} \Rightarrow A'B' = 6$$

$$\sin 60^\circ = \frac{A'C'}{B'C'} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{A'C'}{12} \Rightarrow A'C' = 6\sqrt{3}$$

بنابراین:

$$S_{\triangle A'B'C'} = \frac{A'B' \times A'C'}{2} = \frac{6 \times 6\sqrt{3}}{2} = 18\sqrt{3}$$

ساده

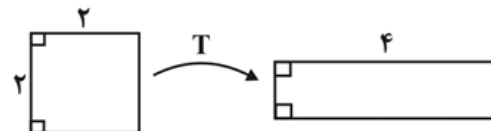
تشریحی ۱۴۰۰

گزینه درست: null

سوال ۱۰

هر شکل و تصویرش تحت تأثیر یک تبدیل طولی با یکدیگر هم نهشت هستند، پس تبدیل طولی اندازه زاویه بین خطوط، مساحت و محیط اشکال را حفظ می کند. تبدیل طولی ممکن است شیب خطوط را حفظ نکند.

مثال: تبدیل بازتاب و دوران. تبدیل طولی ممکن است جهت اشکال را حفظ نکند. مثال: تبدیل بازتاب تبدیلی که اندازه مساحت اشکال را حفظ می کند، ممکن است تبدیل طولی نباشد مثال: تبدیل T.



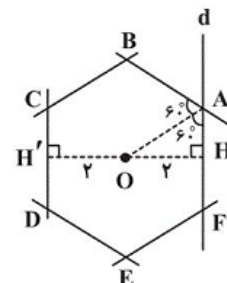
دشوار

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۱۱

شکل حاصل یک شش ضلعی منتظم است می دانیم هر شش ضلعی منتظم، از شش مثلث متساوی الاضلاع تشکیل شده است، پس مساحت هر شش ضلعی منتظم به ضلع a برابر $6\left(\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\right)$ است.



حال با توجه به شکل داریم:

$$\tan(\angle OAH) = \frac{OH}{AH} \Rightarrow \tan 60^\circ = \frac{x}{AH} \Rightarrow AH = \frac{x}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow AF = 2AH = \frac{2x}{\sqrt{3}} \Rightarrow S_{ABCDEF} = \frac{6(a^2\sqrt{3})}{4}$$

$$= \frac{6 \times \left(\frac{2x}{\sqrt{3}}\right)^2 \times \sqrt{3}}{4} = 8\sqrt{3}$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۱۲

چون انتقال تبدیلی طولی است، پس شعاع دایره C' برابر شعاع دایره C است، یعنی $R' = R = 4$ می باشد. از طرفی طول خط مرکزین دو دایره برابر با طول بردار انتقال است. بنابراین داریم:

$$\text{طول مماس مشترک داخلی} = \sqrt{d^2 - (R + R')^2} = \sqrt{10^2 - (4 + 4)^2}$$

$$= \sqrt{100 - 64} = \sqrt{36} = 6$$

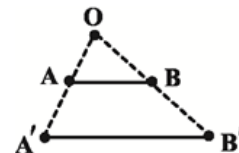
متوسط

تشریحی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۱۳

پاره خط AB و مجانس آن به شکل زیر می باشد:



از آنجا که تجانس، شیب خط را حفظ می کند، داریم:

$$AB \parallel A'B' \Rightarrow \triangle AOB \sim \triangle A'OB'$$

$$k = 3 \Rightarrow \frac{OA'}{OA} = 3 \Rightarrow \frac{S_{\triangle A'OB'}}{S_{\triangle AOB}} = k^2 = 9 \Rightarrow S_{\triangle A'OB'} = 9 S_{\triangle AOB}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle ABB'A'}}{S_{\triangle AOB}} = \frac{S_{\triangle A'OB'} - S_{\triangle AOB}}{S_{\triangle AOB}} = \frac{9 S_{\triangle AOB} - S_{\triangle AOB}}{S_{\triangle AOB}} = 8$$

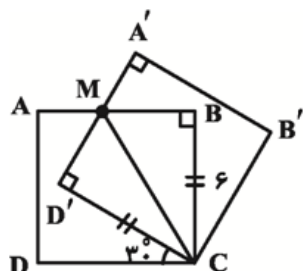
دشوار

تشریحی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۱۴

شکل مورد نظر مسأله را رسم می کنیم.



$$\hat{D'CB} = 60^\circ \Rightarrow \hat{D'MB} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

نقطه C روی نیمساز زاویه $\hat{D'MB}$ است. $CD' = CB = \epsilon \Rightarrow$

پس نتیجه می شود که CM نیمساز است و داریم:

$$\hat{CMB} = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$$

$$\tan \hat{CMB} = \frac{CB}{MB} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{\epsilon}{MB} \Rightarrow MB = \frac{\epsilon}{\sqrt{3}} = \frac{2\epsilon}{\sqrt{3}}$$

متوسط

تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۱۵

دو حالت اتفاق می افتد:

الف) نقطه O روی خط AB است.

در این حالت بدیهی است که A' و B' مجانس‌های A و B روی خط AB واقع می شوند پس $A'B'$ روی AB است و شیب همان می شود.
 ب) نقطه O بیرون واقع بر خط AB است.

در این صورت اگر A' و B' مجانس های A و B باشند، طبق تعریف داریم:

$$\begin{cases} OA' = k \cdot OA \\ OB' = k \cdot OB \end{cases} \Rightarrow \frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB} = k$$

طبق عکس تالس

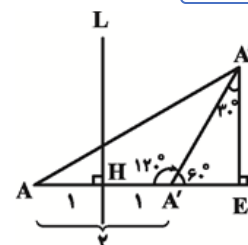
$$AB \parallel A'B'$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۱۶



مطابق شکل، A' تصویر A تحت بازتاب نسبت به محور L و A'' تصویر A در دوران به مرکز A' و زاویه 120° است. بنا به فرض $AH = 1$ است؛ پس $AA' = A'A'' = 2$.

بنابراین:

$$A''E = \frac{\sqrt{3}}{2} AA' = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2 = \sqrt{3}$$

$$A'E = \frac{1}{2} AA' = \frac{1}{2} \times 2 = 1$$

$$AA''^2 = AE^2 + A''E^2 = (AA' + A'E)^2 + A''E^2$$

$$\Rightarrow AA''^2 = (2+1)^2 + (\sqrt{3})^2 = 12$$

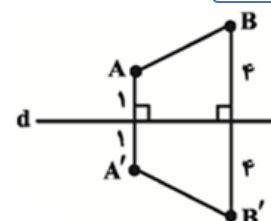
$$\Rightarrow AA'' = 2\sqrt{3}$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۱۷



چون بازتاب طولی است، پس چهارضلعی ایجاد شده یک دوزنقه متساوی‌الساقین با قاعده‌های ۲ و ۸ بوده و در نتیجه محاطی است. حال با توجه به آن‌که این دوزنقه، هم محاطی و هم محیطی است، مساحت آن برابر است با میانگین هندسی دو قاعده ضرب در میانگین حسابی آن‌ها، یعنی:

$$S = \left(\frac{8+2}{2} \right) \times (\sqrt{8 \times 2}) = 20$$

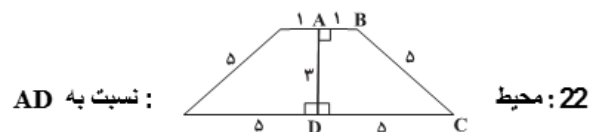
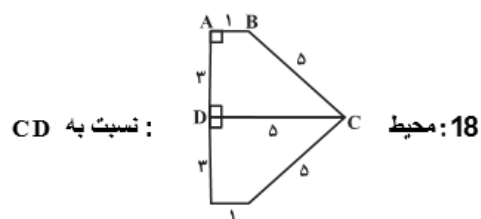
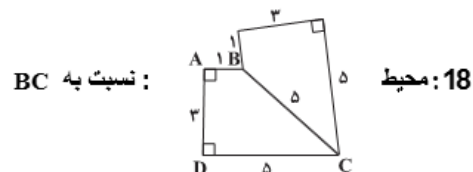
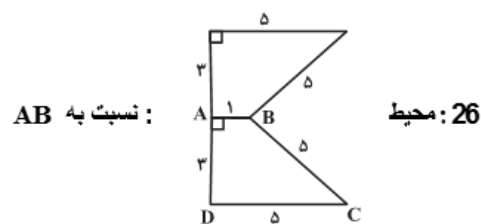
متوسط

تشریحی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۱۸

بازتاب دوزنقه را نسبت به اضلاع AB، BC، CD، و AD رسم می‌کنیم.



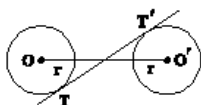
متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۱۹

چون انتقال یک تبدیل طولپاست، پس شعاع دایره C' ، برابر r می‌باشد. طول خط‌المركزین دو دایره، برابر طول بردار انتقال، یعنی ۳ برابر شعاع دایره است، بنابراین داریم:



$$d = OO' = 3r$$

$$TT' = \sqrt{d^2 - (r+r)^2} = \sqrt{9r^2 - 4r^2} = \sqrt{5}r$$

دشوار

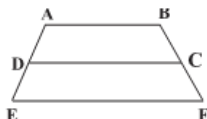
تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۲۰

دو پاره‌خط AD و DE همراستا و متجانس یکدیگرند، پس مرکز تجانس در امتداد آنهاست، در مورد دو پاره‌خط BC و CF نیز همین موضوع برقرار است؛ پس مرکز تجانس، نقطه برخورد امتداد این دو ضلع است. از طرفی دو شکل متجانس همواره متشابه هستند. بنابراین:

$$\frac{AB}{CD} = \frac{CD}{EF} \Rightarrow \frac{4}{CD} = \frac{CD}{9} \\ \Rightarrow CD = 6$$



حال با توجه به این که با این تجانس AB بر CD تصویر می‌شود، می‌توان نوشت: $K = \frac{CD}{AB} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

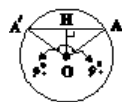
متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۲۱

می‌دانیم طول ضلع روبه‌رو به زاویه 60° در مثلث قائم‌الزاویه، $\frac{\sqrt{3}}{2}$ طول وتر است، بنابراین داریم:



$$AH = A'H = \frac{\sqrt{3}}{2} \times OA = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}$$

$$AA' = AH + A'H = 6\sqrt{3}$$

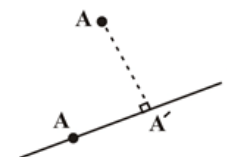
متوسط

تشریحی ۱۴۰۰

گزینه درست: null

سوال ۲۲

نقاطی از دامنه که روی خط l قرار دارند، تصویرشان بر خودشان منطبق است یعنی:



$$\forall A \in l \rightarrow M(A) = A$$

پس بی‌شمار نقطه ثابت دارد.

دشوار

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۲۳

در دو دایره متجانس، اندازه نسبت تجانس، برابر نسبت شعاع‌های دو دایره است.

$$|k| = \frac{r'}{r} = \frac{3}{4} \xrightarrow{\text{تجانس مستقیم}} k = \frac{3}{4} \\ \Rightarrow \frac{MO'}{MO} = \frac{3}{4} \xrightarrow{MO=20} MO' = 15 \Rightarrow OO' = 5$$

بنابراین طبق عکس قضیه فیثاغورس، مثلث $OA'O$ قائم‌الزاویه می‌باشد و داریم:

$$AH \times OO' = AO \times AO' \Rightarrow AH \times 5 = 4 \times 3 \Rightarrow AH = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$$

$$AB = 2AH = 4\frac{4}{5}$$

خط‌المرکزین دو دایره متقاطع، عمودمنصف وتر مشترک آنهاست و در نتیجه داریم:

متوسط

تشریحی قلمچی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۲۴

خیر - زیرا باید هر نقطه، تحت یک بردار غیرصفر در صفحه بر نقطه دیگری در صفحه تصویر شود، بنابراین نمی تواند روی خودش بیفتد.

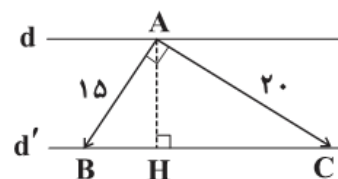
دشوار

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۲۵

مطابق شکل کوتاهترین برداری که خط d را روی d' تصویر می‌کند، بر هر دو خط عمود است و خواسته مسأله به دست آوردن طول AH است. بنابراین داریم:



$$\begin{cases} AB = 15 \\ AC = 20 \end{cases} \xrightarrow{\text{پیتاگورس}} BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$= 15^2 + 20^2 = 25^2 \Rightarrow BC = 25$$

$$\begin{cases} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \times AC \\ S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BC \times AH \end{cases} \Rightarrow AB \times AC = BC \times AH$$

$$\Rightarrow AH = \frac{AB \times AC}{BC} \Rightarrow AH = \frac{15 \times 20}{25} = 12$$

پس طول کوتاهترین بردار بین دو خط d و d' برابر ۱۲ است.

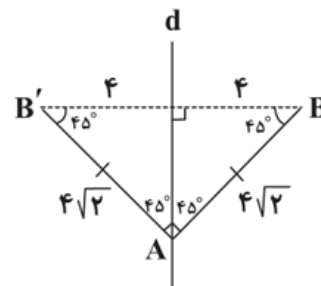
دشوار

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۲۶

مطابق شکل دو پاره‌خط AB و AB' برابر یکدیگرند و $\angle BAB' = 90^\circ$ می‌باشد. بنابراین مثلث ABB' قائم‌الزاویه است و داریم:



$$P = 4 + 4\sqrt{2}$$

$$S = \frac{4 \times 4}{2} = 16$$

$$r_b = \frac{S}{P - b} = \frac{16}{4} = 4$$

شعاع کوچک‌ترین دایره محاطی خارجی

متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

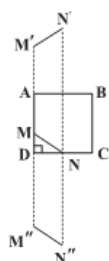
گزینه درست: null

سوال ۲۷

دو محور بازتاب AB و CD موازی هستند، پس ترکیب این دو بازتاب معادل تبدیل انتقال است، پس $M''N''$ انتقال یافته MN است. طول بردار انتقال، دو برابر فاصله AB تا CD است و راستای انتقال عمودی است، بنابراین $M''N''$ متوازی الاضلاع است و داریم:

$$\begin{cases} MM'' = 2AD = 4 \\ DN = \frac{CD}{2} = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow S_{M''N''M''} = MM'' \times DN = 4$$



متوسط

تشریحی ۱۴۰۰

گزینه درست: null

سوال ۲۸

مثلث ABC ($5^2 = 3^2 + 4^2$) یک مثلث قائم الزاویه است. ، پس مساحت آن برابر $6 = \frac{3 \times 4}{2}$ بوده و محیط آن برابر ۱۲ می باشد.

تبدیل طولی، اندازه مساحت و محیط اشکال را ثابت نگه می دارد، پس مساحت و محیط مثلث $A'B'C'$ نیز به ترتیب برابر ۶ و ۱۲ است. حال طبق رابطه شعاع دایره محاطی داخلی داریم:

$$r = \frac{S}{P} = \frac{6}{\frac{12}{2}} = \frac{6}{6} = 1$$

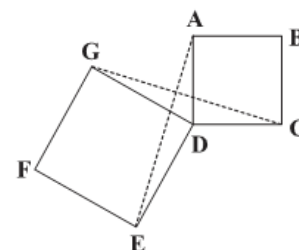
متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۲۹

اگر تبدیل R را دوران به مرکز D و زاویه 90° در جهت ساعتگرد تعریف کنیم، داریم:



$$\left. \begin{matrix} R(A) = C \\ R(E) = G \end{matrix} \right\} \Rightarrow R(AE) = CG$$

پس اندازه زاویه دوران 90° در جهت ساعتگرد است.

روشن است که نقطه D، محل برخورد عمودمنصف‌های AC و GE است.

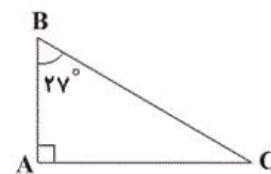
متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۳۰

در یک تبدیل طولیا همواره طول پاره‌خط‌ها و اندازه زاویه بین آن‌ها ثابت می‌ماند، پس اندازه زاویه $A'\hat{C}'B'$ با اندازه زاویه $A\hat{C}B$ برابر می‌باشد. با توجه به اطلاعات مسئله می‌توان نوشت:



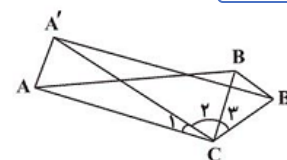
$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} \hat{C} = 90^\circ - 27^\circ = 63^\circ \\ \hat{C} = \hat{C}' \end{array} \right\} \Rightarrow A'\hat{C}'B' = 63^\circ$$

دشوار

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۳۱



مطابق شکل با توجه به این‌که تبدیل دوران طولیاست، می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} AC = A'C \\ BC = B'C \end{cases}$$

حال با توجه به ثابت بودن زاویه دوران می‌توان نوشت:

$$A\hat{C}B = A'\hat{C}B' \Rightarrow \hat{C}_1 + \hat{C}_2 = \hat{C}_2 + \hat{C}_3 \Rightarrow \hat{C}_1 = \hat{C}_3$$

پس دو مثلث متساوی‌الساقین ACA' و BCB' دارای زاویه رأس برابر هستند، پس متشابه‌اند.

با نوشتن نسبت تشابه طول BB' مشخص می‌شود:

$$\frac{AA'}{BB'} = \frac{AC}{BC} \Rightarrow \frac{10}{BB'} = \frac{20}{12} \Rightarrow BB' = 6$$

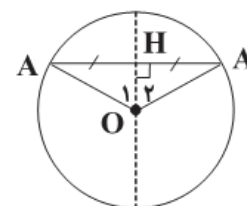
متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۳۲

قطر عمود بر هر وتر، آن را نصف می‌کند؛ پس تصویر A یعنی A' روی دایره خواهد بود.



$$AA' = \sqrt{3}R \Rightarrow AH = \frac{\sqrt{3}}{2}R \\ \Rightarrow \hat{O}_1 = 60^\circ$$

به همین ترتیب $\hat{O}_2 = 60^\circ$ و در نتیجه: $A\hat{O}A' = 120^\circ$.

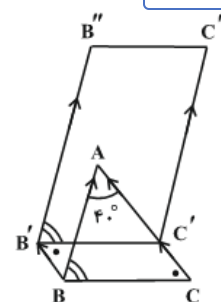
پس برای آن که A' تصویر A تحت دورانی به مرکز دایره باشد، باید زاویه دوران را $A\hat{O}A'$ برابر یعنی 120° در نظر بگیریم.

دشواری

تشریحی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۳۳



از آنجایی که تبدیل انتقال یک تبدیل طولی محسوب می‌شود، لذا اندازه پاره‌خط‌ها و زوایا را حفظ می‌کند.

$B'C'$ انتقال یافته BC می‌باشد، پس:

$$\widehat{BB'C'} = \hat{C} \quad (1)$$

$B''C''$ انتقال یافته $B'C'$ است، بنابراین:

$$\left. \begin{array}{l} B'C' \parallel B''C'' \parallel BC \\ AB \parallel B'B'' \end{array} \right\} \Rightarrow B''B'C' = \hat{B} \quad (2)$$

با توجه به روابط (۱) و (۲) نتیجه می‌گیریم:

$$\begin{aligned} \widehat{BB'C'} + \widehat{B''B'C'} &= \widehat{BB'B''} \Rightarrow \widehat{BB'B''} = \hat{B} + \hat{C} \\ \Rightarrow \widehat{BB'B''} &= 180^\circ - \hat{A} = 140^\circ \end{aligned}$$

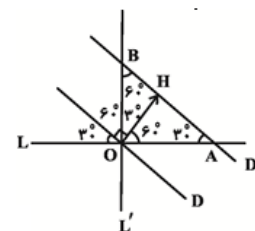
متوسط

تشریحی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۳۴

مطابق شکل، خط D' تصویر خط D در انتقال با بردار $\vec{V}$ به طول $\sqrt{3}$ و عمود بر راستای خط D می‌باشد. در هر مثلث قائم‌الزاویه ضلع روبه‌رو به زاویه 30° درجه نصف وتر و ضلع روبه‌رو به زاویه 60° درجه $\frac{\sqrt{3}}{2}$ وتر است، پس:



$$\triangle AHO : OH = \frac{1}{2} OA \Rightarrow OA = 2 \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

$$\triangle BHO : OH = \frac{\sqrt{3}}{2} OB \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} OB \Rightarrow OB = 2$$

$$S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} OA \times OB = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 2 = 2\sqrt{3}$$

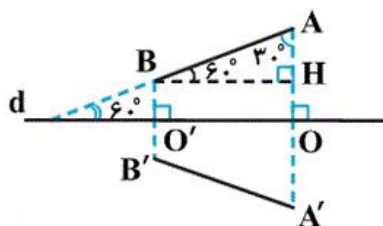
متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۳۵

تبدیل بازتاب طولپا است پس $AB = A'B'$ است و امتداد پاره خط واصل نقطه بازتاب یافته و نقطه نظیر آن، بر خط بازتاب عمود است، پس $\hat{O} = \hat{O}' = 90^\circ$ است. حال طبق شکل داریم:



$$BH = \frac{AB}{2} \text{ و } BH = OO'$$

(ضلع روبه‌رو به زاویه 30° در مثلث قائم‌الزاویه نصف وتر است.)

$$AB + \underbrace{2OO'}_{AB} + \underbrace{3A'B'}_{AB} = 5 \Rightarrow 5AB = 5 \Rightarrow AB = 1$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۳۶

تبدیلی که هر نقطه صفحه را به خود آن نقطه نظیر می‌کند، تبدیل همانی نام دارد. تبدیل همانی همواره طولپاست، زیرا به ازای دو نقطه A و B داریم:

$$\begin{cases} T(A) = A \\ T(B) = B \end{cases} \Rightarrow AB = AB$$

همه نقاط صفحه در تبدیل همانی، نقطه ثابت تبدیل هستند.

انتقال با بردار صفر، دوران با زاویه 360° درجه و تجانس با نسبت $k=1$ ، تبدیل همانی هستند.

در بازتاب به جز نقاطی که روی خط بازتاب قرار دارند، تصویر هر نقطه مثل A، نقطه‌ای مثل A' است که در طرف دیگر خط بازتاب قرار دارد. پس بازتاب، هیچ‌گاه تبدیل همانی نیست.

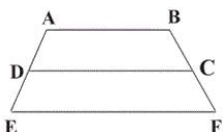
متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۳۷

دو پاره خط AD و DE همراستا و متجانس یکدیگرند، پس مرکز تجانس در امتداد آن‌هاست، در مورد دو پاره خط BC و CF نیز همین موضوع برقرار است؛ پس مرکز تجانس، نقطه برخورد امتداد این دو ضلع است. از طرفی دو شکل متجانس همواره متشابه هستند. بنابراین:



$$\frac{AB}{CD} = \frac{CD}{EF} \Rightarrow \frac{4}{CD} = \frac{CD}{9} \Rightarrow CD = 6$$

حال با توجه به این که با این تجانس AB بر CD تصویر می‌شود، می‌توان نوشت:

$$K = \frac{CD}{AB} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

ساده

تشریحی قلمچی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۳۸

(الف) عمود منصف

(ب) محور بازتاب - شیب خط

(پ) روی خودشان - بی شمار

(پ) توان دوم نسبت تجانس

دشوار

تشریحی ۱۳۹۶

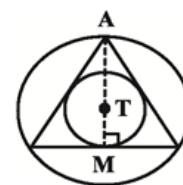
گزینه درست: null

سوال ۳۹

نقطه ثابت تبدیل تجانس، مرکز آن است و محل برخورد نیمسازهای داخلی یک مثلث، مرکز دایره محاطی داخلی آن می‌باشد.

بنابراین نقطه T که مرکز تجانس است، بر روی مرکز دایره محاطی داخلی و در نتیجه بر مرکز دایره محیطی مثلث منطبق است.

تنها مثلثی که مرکز دایره محاطی داخلی و مرکز دایره محیطی آن بر هم منطبق هستند، مثلث متساوی‌الاضلاع است و همانطور که می‌دانید در مثلث متساوی‌الاضلاع، نیمسازهای داخلی، بر میانه‌های اضلاع منطبق‌اند. حال با توجه به این که میانه‌ها یکدیگر را به نسبت ۲ به ۱ قطع می‌کنند، داریم:



$$k = \frac{\text{شعاع دایره محیطی}}{\text{شعاع دایره محاطی داخلی}} = \frac{AT}{TM} = 2$$

دشوار

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۴۰

با استفاده از فیثاغورس داریم:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 3^2 + 4^2 = 5^2 \Rightarrow BC = 5$$

$$= (1/2)^2 (3^2 + 4^2) = 1/2^2 \times 5^2 = 5^2 \Rightarrow BC = 5$$

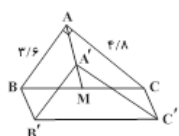
در مثلث قائم‌الزاویه، میانه وارد بر وتر نصف وتر است، پس:

$$AM = \frac{BC}{2} = 5/2$$

در هر مثلث میانه‌ها یکدیگر را به نسبت ۲ به ۱ قطع می‌کنند، پس:

$$\frac{AA'}{A'M} = \frac{2}{1} \Rightarrow AA' = \frac{2}{3} AM = 5/3$$

از طرفی انتقال تبدیل طولی‌است، پس:



$$BB' = AA' = 5/3$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۴۱

$$\frac{360^\circ}{45^\circ} = 8, \quad \frac{360^\circ}{30^\circ} = 12$$

اگر رأس A از چندضلعی را ۸ بار به اندازه 45° درجه دوران بدهیم، بر خودش منطبق می‌شود (دوران با زاویه $360^\circ = 45^\circ \times 8$ است که معادل تبدیل همانی است). پس تعداد رأس‌ها مضرب ۸ است.

همچنین اگر رأس A از چندضلعی را ۱۲ بار به اندازه 30° درجه دوران بدهیم، بر خودش منطبق می‌شود (دوران با زاویه $360^\circ = 30^\circ \times 12$ است که معادل تبدیل همانی است). پس تعداد رأس‌ها مضرب ۱۲ نیز می‌باشد.

کوچک‌ترین عددی که هم مضرب ۸ و هم مضرب ۱۲ است، عدد ۲۴ است. پس تعداد اضلاع این چندضلعی همواره مضرب ۲۴ است.

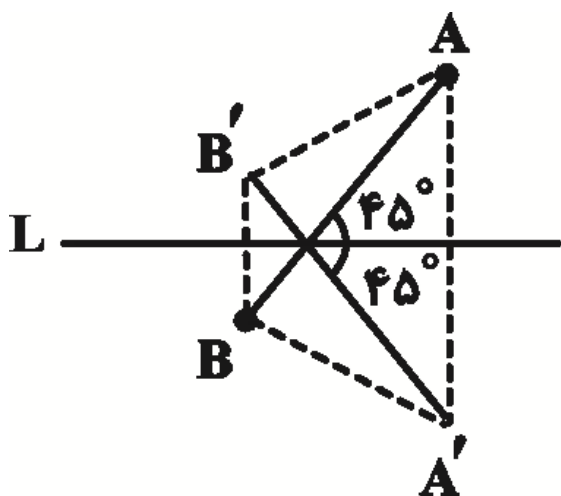
متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۴۲

با رسم شکل مربوطه داریم:



می‌دانیم که مساحت هر چهارضلعی که قطرهای آن بر هم عمود باشند، برابر با نصف حاصل ضرب طول دو قطر است.

از طرفی بازتاب یک تبدیل طولی است، پس $AB = A'B'$. بنابراین:

$$S_{AA'BB'} = \frac{1}{2} AB \times A'B' = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$$

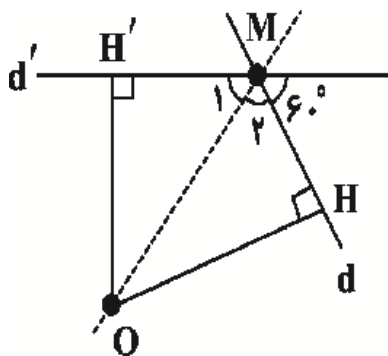
دشوار

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۴۳

ابتدا شکل مورد نظر سوال را رسم می‌کنیم.



روشن است که نقطه O روی نیمساز زاویه M قرار دارد. لذا با توجه به زوایای مفروض داریم:

$$\widehat{M}_1 = \widehat{M}_2 = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$$

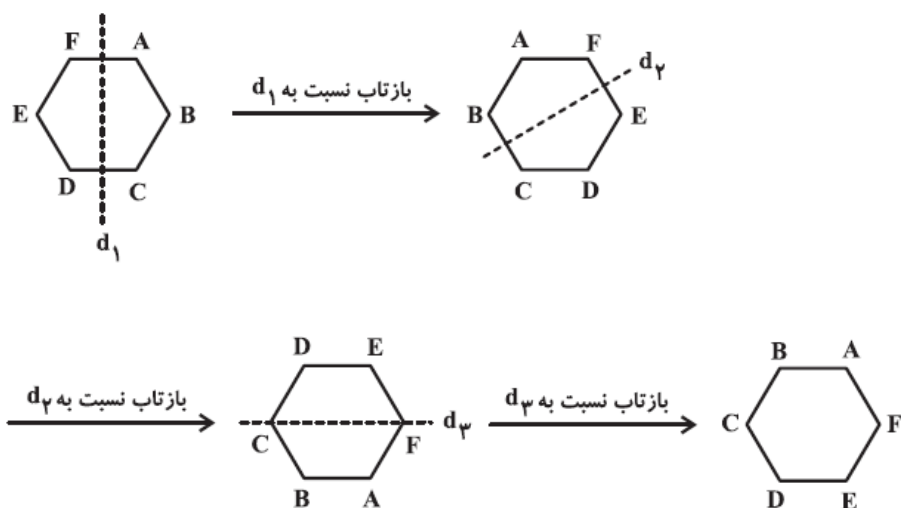
$$\sin(\widehat{M}_2) = \frac{OH}{OM} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{6}{OM} \Rightarrow OM = \frac{12}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{3}$$

ساده

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۴۴



متوسط

تشریحی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۴۵

دوران یک تبدیل طولیا است و اندازه مساحت اشکال را حفظ می‌کند. پس مساحت لوزی $A'B'C'D'$ برابر مساحت لوزی $ABCD$ می‌باشد. از طرفی مساحت هر لوزی برابر نصف حاصل ضرب طول دو قطر آن است، پس:

$$S_{A'B'C'D'} = \frac{1}{2} A'C' \times B'D' = 2 \Rightarrow A'C' \times B'D' = 4$$

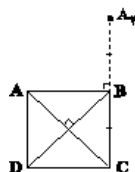
ساده

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۴۶

قطرهای یک مربع عمودمنصف یکدیگرند، پس تحت بازتاب نسبت به قطر BD ، تصویر A یعنی A_1 بر رأس C منطبق می‌شود. مطابق شکل فرض کنید نقطه A_2 بازتاب C نسبت به AB باشد. با توجه به اینکه $AB = A_2B$ و $\angle ABA_2 = 90^\circ$ است، پس A_2 تصویر نقطه A تحت دورانی به مرکز B و زاویه 90° است.

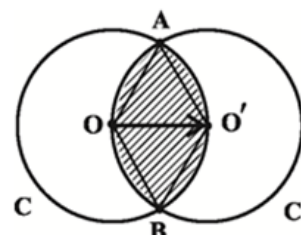


دشوار

تشریحی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۴۷



با توجه به شکل، چون اندازه بردار $\vec{V}$ برابر شعاع دایره است، پس برای رسم انتقال یافته C دایره تحت این بردار، کافی است دایره‌ای به مرکز O' و شعاع ۱ رسم کنیم، به طوری که $\vec{OO'} = \vec{V}$. اکنون باید مساحت قسمت هاشور خورده را تعیین کنیم که این قسمت، از یک لوزی و چهار قطعه تشکیل شده است. پس داریم:

$$S_{AOBO'} = 2 S_{\triangle OAO'} = 2 \left(\frac{\sqrt{3}}{4} OO'^2 \right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$S_{\triangle OAO'}$ - مساحت قطاع 60° = مساحت یک قطعه

$$= \frac{60}{360} (\pi \times 1^2) - \left(\frac{\sqrt{3}}{4} \times 1^2 \right) = \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4}$$

بنابراین مساحت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{\sqrt{3}}{2} + 4 \left(\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4} \right) = \frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

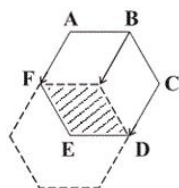
ساده

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۴۸

چون تبدیل انتقال طولی است، پس شش‌ضلعی منتظم و تصویرش هم‌نهشت هستند، یعنی تمام اضلاع برابر بوده و ناحیه مشترک یک لوزی است. مساحت این لوزی شامل دو مثلث متساوی‌الاضلاع است و مساحت شش‌ضلعی منتظم شامل شش مثلث متساوی‌الاضلاع است، پس نسبت مساحت‌های آن‌ها $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ می‌باشد.



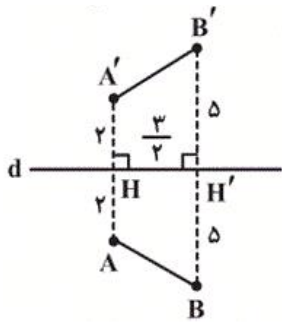
ساده

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۴۹

اگر H وسط پاره خط AA' و H' وسط پاره خط BB' باشد، داریم:



$$S = \left(\frac{AA' + BB'}{2} \right) \times HH'$$

$$= \left(\frac{2 + 5}{2} \right) \times \frac{3}{2} = \frac{21}{2} = 10.5$$

دشواری

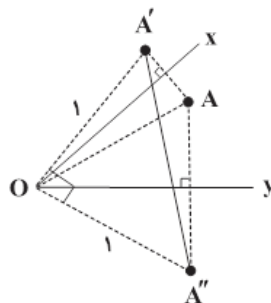
تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۵۰

مطابق شکل قرینه نقطه A نسبت به اضلاع زاویه $\hat{xoy} = 45^\circ$ رسم شده است. چون Ox و Oy به ترتیب عمود منصف‌های پاره خط‌های AA' و AA'' هستند، پس طبق خاصیت طولیابی بازتاب $OA = OA' = OA'' = 1$ و $\hat{A'OA''} = \hat{xoy} = 90^\circ$ است. پس مثلث $A'OA''$ قائم‌الزاویه و متساوی‌الساقین است، بنابر قضیه فیثاغورس داریم:

$$A'A''^2 = OA'^2 + OA''^2 = 1^2 + 1^2 = 2 \Rightarrow A'A'' = \sqrt{2}$$



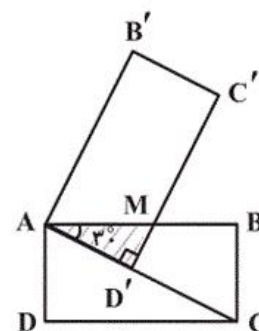
متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۵۱

از دوران مستطیل $ABCD$ حول نقطه A و به اندازه ۶۰° در جهت خلاف حرکت عقربه‌های ساعت، مطابق شکل مستطیل $AB'C'D'$ حاصل می‌شود که نقطه D' بر روی قطر AC واقع است. دوران تبدیلی طولی‌است، پس $AD' = AD = \sqrt{۳}$ است. از طرفی در مثلث قائم‌الزاویه، طول ضلع روبه‌رو به زاویه ۳۰° ، نصف طول وتر است، پس در صورتی که $MD' = x$ باشد، $AM = ۲x$ است و داریم:



$$\triangle AMD' : AM^2 = AD'^2 + MD'^2$$

$$\Rightarrow 4x^2 = ۳ + x^2 \Rightarrow x^2 = ۱ \xrightarrow{x>0} x = ۱$$

$$S_{AMD'} = \frac{1}{2} MD' \times AD' = \frac{1}{2} \times ۱ \times \sqrt{۳} = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

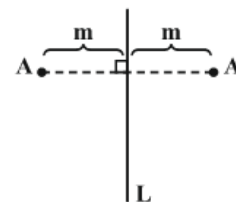
ساده

تشریحی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۵۲

مطابق شکل $S(A) = A'$ است.



قرینه قرینه هر نقطه نسبت به یک خط، خود آن نقطه است. یعنی:

$$S(S(A)) = A$$

در نتیجه:

$$S(\underbrace{S(S(A))}_A) = S(A) = A'$$

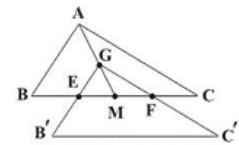
پس خواسته مسأله، فاصله A از A' است که برابر $۲m$ می‌باشد.

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۵۵



مرکز ثقل، محل هم‌مرسی میانه‌های مثلث است. در هر مثلث میانه‌ها یکدیگر را با نسبت ۲ به ۱ قطع می‌کنند ($AG = 2GM$). طبق شکل خواسته مسئله نسبت مساحت مثلث GEF به مثلث ABC است. با توجه به تشابه این دو مثلث داریم:

$$\frac{S_{\triangle GEF}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{GM}{AM}\right)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

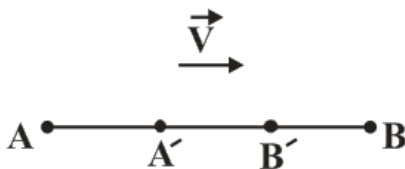
ساده

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۵۶

می‌دانیم انتقال یک تبدیل طولی است. حال با توجه به شکل داریم:



$$\begin{cases} AA' = BB' = b \\ A'B = AB - AA' \end{cases} \Rightarrow A'B = a - b$$

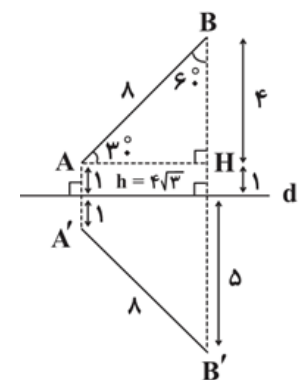
ساده

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۵۷

مطابق شکل، اگر A' و B' ، بازتاب نقاط A و B نسبت به خط d باشند، آن‌گاه چهارضلعی $ABB'A'$ ، یک دوزنقه متساوی‌الساقین است. مطابق شکل ارتفاع دوزنقه (AH) ، در واقع ضلع روبه‌رو به زاویه 60° در مثلث قائم‌الزاویه AHB است، پس $h = AH = \frac{\sqrt{3}}{2} AB = 4\sqrt{3}$ است و داریم:



$$S = \frac{h(AA' + BB')}{2} = \frac{4\sqrt{3}(2 + 10)}{2} = 24\sqrt{3}$$

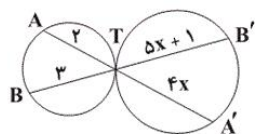
ساده

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۵۸

دو دایره همواره مجانس یکدیگر بوده و مرکز تجانس همواره روی خط‌المركزین و یا امتداد آن قرار دارد. حال از آنجایی که در این حالت، دو دایره بر هم مماس‌اند، یکی از مراکز تجانس نقطه تماس دو دایره است. (زیرا تصویر نقطه تماس بر خودش منطبق می‌شود و نقطه ثابت تبدیل تجانس است، پس مرکز تجانس است.) حال با توجه به شکل و تعریف تجانس داریم:



$$\begin{cases} |K| = \frac{A'T}{AT} = \frac{4x}{2} \\ |K| = \frac{B'T}{BT} = \frac{5x+1}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{4x}{2} = \frac{5x+1}{3} \Rightarrow x=1$$

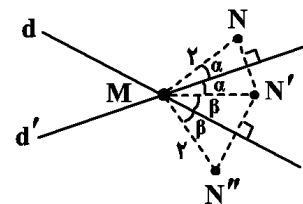
متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۵۹

مطابق شکل اگر زاویه NM با خط d' برابر α و زاویه $N'M$ با خط d برابر β باشد، آنگاه داریم



$$\alpha + \beta = 45^\circ \Rightarrow 2(\alpha + \beta) = 90^\circ$$

بنابراین مثلث MN'' قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است و داریم:

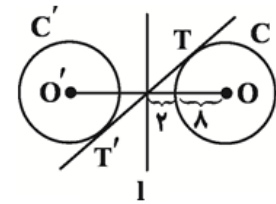
$$NN'' = MN + MN'' = r + r = 2 \Rightarrow NN'' = 2\sqrt{2}$$

دشوار

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۶۰



از آنجا که بازتاب ایزومتري است، لذا شعاع دو دایره با هم برابر است. پس:

$$۳a + ۵ = ۹a - ۱ \Rightarrow a = ۱$$

در نتیجه:

$$۱۰a = ۱۰$$

$$R = R' = ۸$$

$$d = OO' = ۲۰$$

$$TT' = \sqrt{d^2 - (R + R')^2} = \sqrt{۲۰^2 - (۸ + ۸)^2} \\ = \sqrt{۴۰۰ - ۲۵۶} = ۱۲$$